# Билет 15

1. *Сферический гироскоп*

Классический сферический гироскоп (рис. 33) представляет собой быстровращающуюся сферу, подвешенную с помощью бесконтактного подвеса — электростатического (рис. 34), газового, жидкостного и др. Сферический гироскоп может быть чувствительным элементом БИНС, ИНС, систем ориентации и гиростабилизаторов. К сферическим относятся также гироскопы головок самонаведения, имеющие сферический шарикоподшипниковый подвес.

Положение сферы ($Ox'y'z'$) определяется углами $\alpha$, $\beta$, $\varphi$ (рис. 33, $a$) относительно базовой СК $O\xi\eta\zeta$.

55

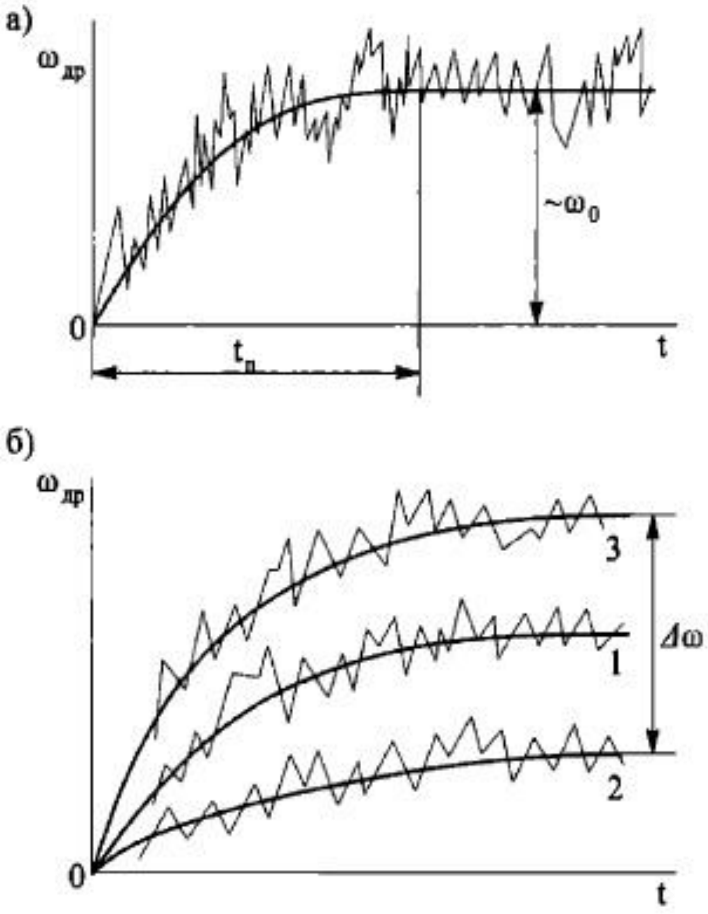


**Рис. 32.** Зависимость $\omega_{др}$ от времени $t$:
*а* — в одном запуске ($t_п$ — время переходного процесса); *б* — от запуска к запуску (*1—3*)

Условие устойчивости сферического гироскопа, при котором затухают нутационные колебания, имеет вид

$$CD_x > AD_z,$$

где $C$, $A$ — осевой и экваториальный моменты инерции ротора ($Ox'y'z'$ — главные оси инерции; в дальнейшем штрих опускаем); $D_x$, $D_z$ — удельные демпфирующие моменты (относительно осей $Ox'$ и $Oz'$).

При $D_x = D_z$ необходимо обеспечить $C > A$ путем утолщения сферы по экватору (рис. 33, *б*) или с помощью технологического пояска (рис. 33, *в*). При анализе точности устойчивого сферического гироскопа можно пользоваться прецессионными уравнениями, считая $H$ = const.

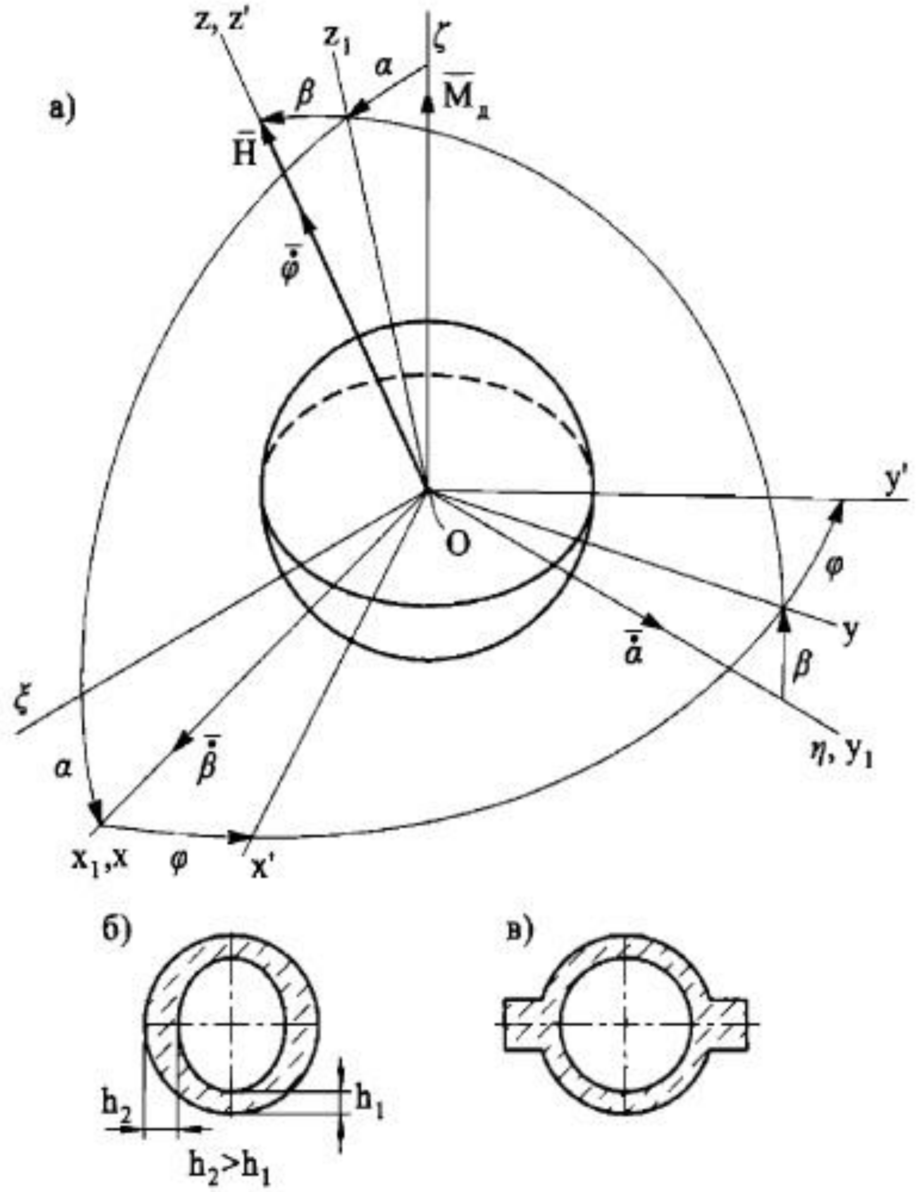


**Рис. 33.** К выводу уравнений движения сферического гироскопа

Полагая СК $O\xi\eta\zeta$ неподвижной, найдем абсолютные угловые скорости при малых $\alpha$ и $\beta$:

$$\omega_x \approx \dot{\beta};$$

$$\omega_y = \dot{\alpha}\cos\beta \approx \dot{\alpha}.$$

Проекции момента $M_g$ двигателя, направленного по оси $O\zeta$ (оси статора двигателя) на оси $Ox$ и $Oy$:

$$M_x = -M_д \sin\alpha \approx -\alpha M_д;$$

$$M_y = M_д \cos\alpha \sin\beta \approx \beta M_д.$$

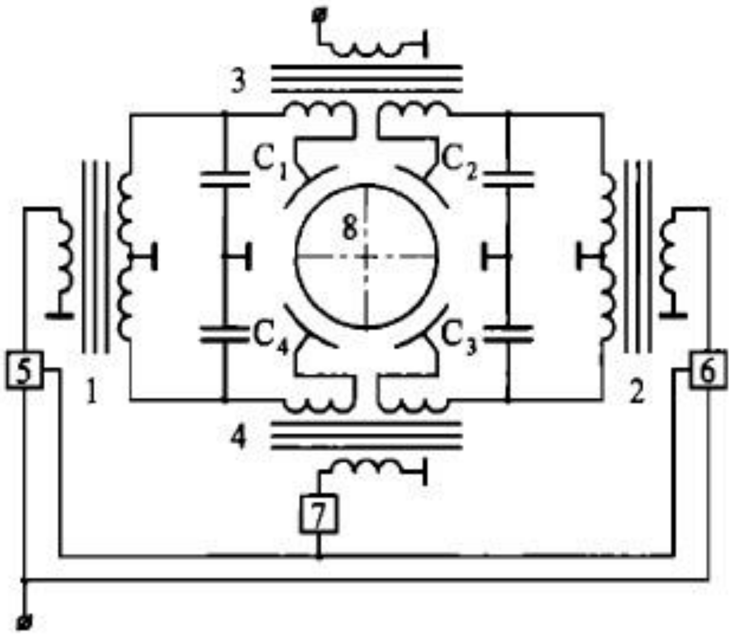


**Рис. 34.** Принципиальная схема электростатического гироскопа: *1, 2* — элементы питания; *3, 4* — элементы системы определения положения ротора (датчики положения); *5, 6* — усилители мощности; *7* — фазочувствительный усилитель; *8* — ротор; $C_1$ — $C_4$ — разделительные конденсаторы

Прецессионные уравнения движения гироскопа для СК $Oxyz$:

$$\Sigma M_x = 0; \quad -H\dot{\alpha} - \alpha M_д + M_x = 0;$$

$$\Sigma M_y = 0; \quad H\dot{\beta} + \beta M_д + M_y = 0,$$

где $M_x$, $M_y$ — внешние (вредные, управляющие) моменты.

После преобразования уравнений получим

$$\dot{\alpha} + \varepsilon\alpha = \omega_{ССП};$$

$$\dot{\beta} + \varepsilon\beta = \omega'_{ССП}, \tag{43}$$

где $\varepsilon = M_д/H$ — удельная скорость прецессии сферического гироскопа, вызванная моментом двигателя; $\omega_{ССП} = \frac{M_x}{H}$; $\omega'_{ССП} = -\frac{M_y}{H}$ — ССП под действием вредных моментов $M_x$, $M_y$.

При $M_x = M_y = 0$ решение (43) имеет вид $\alpha = \alpha_0 e^{-\varepsilon t}$; $\beta = \beta_0 e^{-\varepsilon t}$, где $\alpha_0$, $\beta_0$ — углы, характеризующие начальное положение оси ротора при $t = 0$.

Траектория апекса на картинной плоскости — прямая $\alpha = \frac{\alpha_0}{\beta_0}\beta$, т. е. ось гироскопа «корректируется» моментом двигателя и движется кратчайшим путем к совмещению с вектором $M_д$ (своеобразная радиальная коррекция), что приводит к погрешности сферического гироскопа; при наличии момента двигателя сферический гироскоп «теряет» свойства свободного гироскопа.

Оценим погрешность сферического гироскопа, считая, что двигатель уравновешивает момент сил вязкого трения (газодинамический момент сопротивления вращению ротору) $M_д = D_z\dot{\varphi}$. Тогда $\varepsilon = \frac{D_z\dot{\varphi}}{C\dot{\varphi}} = \frac{1}{T}$, где $T = \frac{C}{D_z}$ — постоянная времени сферического гироскопа.

При отклонении ротора гироскопа на углы $\alpha^*$, $\beta^*$ скорость его прецессии

$$\dot{\alpha} = \omega^*_{ССП} = \omega_{ССП} - \frac{\alpha^*}{T}; \quad \dot{\beta} = \omega^{**}_{ССП} = \omega'_{ССП} - \frac{\beta^*}{T},$$

т. е. гироскоп должен работать при малых углах $\alpha^*$, $\beta^*$ и с малым удельным демпфирующим моментом $D_z$.

Если имеются разбалансировка ротора, неравножесткость подвеса, то модель погрешности сферического гироскопа запишем с учетом выражения (41):

$$\omega_{ССП}(n) = \frac{\theta^*}{T} + \omega_0 + \omega_1(g)n + \omega_2(g^2)n^2 + \cdots, \qquad (44)$$

где $\theta^*\{\alpha^*, \beta^*\}$ — угол отклонения от оси $Oz$; $\omega_0$, $\omega_1(g)$, $\omega_2(g^2)$ — удельные составляющие ССП; $n$ — линейная перегрузка.

Для электростатических гироскопов навигационных систем подводных лодок $\omega_0 \approx 10^{-5}$ °/ч, КЛА — $10^{-2} \dots 10^{-5}$ °/ч, сферических гироскопов головок самонаведения — до 10 °/ч.

В модели (44) появляется характерная зависимость ССП от угла $\theta^*$ отклонения оси сферы относительно вектора момента приводного двигателя. Для уменьшения этой погрешности применяют двигатель, в котором с помощью специальной следящей системы обеспечивается совпадение осей сферы и вектора момента двигателя.

В 1960-е годы появился термин «модель погрешности гироскопа», под которым подразумевалась, как правило, аналитическая зависимость скорости дрейфа от условий эксплуатации: перегрузки, температуры, времени эксплуатации и др.

Применение этого термина имело следующие цели:

• разработка унифицированного паспорта гироприбора (независимо от фирмы-изготовителя);

• создание единой методики оценки погрешностей гироскопов на стадии изготовления и приемосдаточных испытаний, которая позволяет вмешиваться в процесс балансировки и регулировки прибора для повышения его точности;

• разработка методики прогнозирования погрешности гироприбора в процессе эксплуатации и методов алгоритмической компенсации погрешностей гироприборов и гиросистем.

Рассмотрим простейшую модель погрешности трехстепенного гироскопа с шарикоподшипниковыми опорами (рис. 31, $a$) при наличии линейной перегрузки $n_\zeta = \frac{W_\zeta}{g}$, $n_\eta = \frac{W_\eta}{g}$, $n_\xi = \frac{W_\xi}{g}$, где $W_\xi$, $W_\eta$, $W_\zeta$ — проекции ускорений объекта на оси $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$.

Возмущающий (вредный) момент шарикоподшипниковой опоры внутренней рамки гироскопа

$$M_{шп} = M_0 + K_r F_r + K_a F_a, \tag{35}$$

где $M_0$ — составляющая возмущающего момента опоры, которая не зависит от нагрузки; $F_r$, $F_a$ — радиальная и осевая силы, действующие на опору; $K_r$, $K_a$ — коэффициенты, определяемые по справочнику в зависимости от типа, конструкции и условий эксплуатации шарикоподшипников.

В рассматриваемом случае

$$F_r = m\sqrt{W_\zeta^2 + W_\eta^2} = mW_r = Gn_r;$$

$$F_a = mW_\xi = Gn_\xi,$$

где $m$ — масса гироузла (ротора и внутренней рамки); $n_r = \sqrt{W_\zeta^2 + W_\eta^2}/g$.

Учтем разбалансировку гироузла, характеризуемую смещением центра масс гироузла относительно т. $O$ в осевом $l_z$ и радиальном $l_y$ направлениях (рис. 31, *б*). Момент, вызванный разбалансировкой,

$$M_{px} = mW_\zeta l_z - mW_\eta l_y = G(l_z n_\zeta - l_y n_\eta). \qquad (36)$$

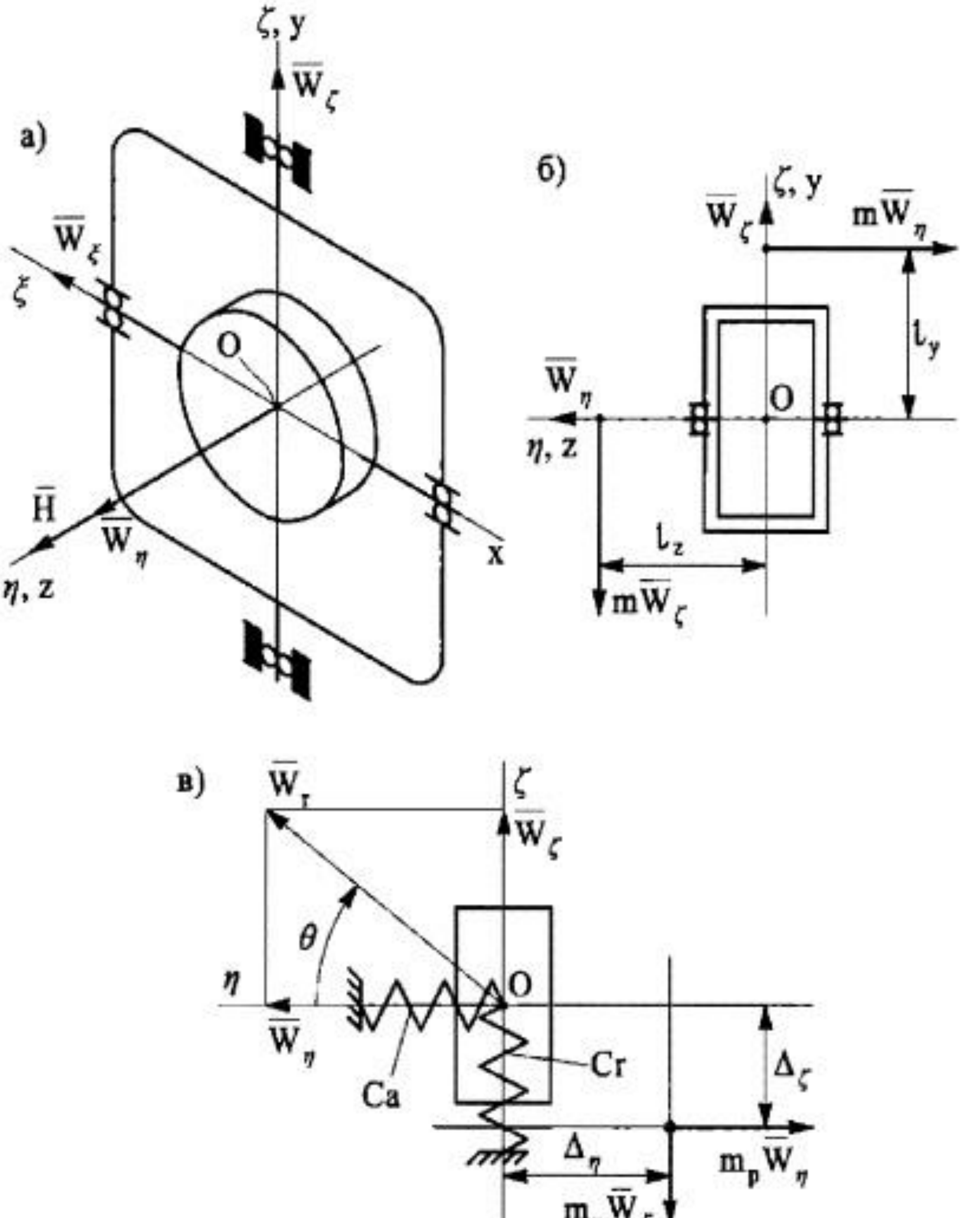


**Рис. 31.** К определению моментов, действующих вокруг оси $Ox$ гироузла

Для упрощения выкладок учтем только осевую разбалансировку:

$$M_{px} = Gl_z n_\zeta. \tag{37}$$

Определим момент, вызванный неравножесткостью крепления ротора в главных опорах гироскопа. Механическая модель ротора показана на рис. 31, *в*, где $C_r, C_a$ — приведенные жесткости крепления ротора в радиальном и осевом направлениях.

Инерционная сила $m_p W_\zeta$ вызовет смещение центра масс $m_p$ ротора $\Delta_\zeta = \frac{m_p W_\zeta}{C_r}$, а $m_p W_\eta$ — смещение $\Delta_\eta = \frac{m_p W_\eta}{C_a}$. Следовательно, вокруг оси $Ox$ возникает возмущающий момент, вызванный нежестким креплением ротора:

$$M_{нж} = m_p W_\eta \Delta_\zeta - m_p W_\zeta \Delta_\eta = m_p^2 W_\zeta W_\eta \left(\frac{1}{C_r} - \frac{1}{C_a}\right). \tag{38}$$

Обычно $C_r > C_a$; обозначив $K_{нж} = \frac{1}{C_a} - \frac{1}{C_r}$, $W_\zeta = W_r \cos\theta$, $W_\eta = W_r \sin\theta$, получим $M_{нж} = -0{,}5 G_р^2 n_r^2 K_{нж} \sin 2\theta$ и максимальные значения $(n_r = W_r/g)$

$$M_{нж\,max} = -0{,}5 K_{нж} G_р^2 n_r^2. \tag{39}$$

Просуммируем уравнения (35), (37), (38) и разделим сумму моментов на $H$. Тогда

$$\omega_{ССП}(n) = \omega_0 + \omega_{1r}(g) n_r + \omega_{1a}(g) n_\xi + \omega_{1рб}(g) n_\zeta + \omega_2(g^2) n_r^2;$$

где $\omega_0 = \frac{M_0}{H}$, $\omega_{1r}(g) = \frac{K_r G}{H}$, $\omega_{1a}(g) = \frac{K_a G}{H}$, $\omega_{1рб}(g) = \frac{l_z G}{H}$, $\omega_2(g^2) = \frac{0{,}5 K_{нж} G_р^2}{H}$ — удельные составляющие скорости дрейфа (ССП).

Приняв $n_r = n_\zeta = n_\xi = n$, получим более простую зависимость для зависимости скорости дрейфа от перегрузки:

$$\omega_{др}(n) = \omega_0 + \omega_1(g) n + \omega_2(g^2) n^2, \tag{40}$$

где $\omega_1(g) = \omega_{1r}(g) + \omega_{1a}(g) + \omega_{1рб}(g)$.

Нелинейность жесткостной характеристик главных опор гироскопа, погрешности геометрической формы шарикоподшипниковых опор и другие несовершенства конструкции приводят к более сложной зависимости модели погрешности гироскопа от степени перегрузки:

$$\omega_{\text{др}} = \sum_{i=0}^{i=n} \omega_i(g^i)n^i. \tag{41}$$

При больших перегрузках степени $i$ могут быть нецелыми числами (например, $i = 1{,}5$); максимальная степень $i \leq 5$.

Зависимость погрешности гироскопа от температуры $\Delta t$ (°C) с учетом скорости изменения температуры (модель погрешности) имеет вид

$$\omega_{\text{др}}(\Delta t\ °\text{C}) = \sum_{i=0}^{i=m} \omega_i(\Delta t^i)\Delta t^i + K_{\Delta t}\frac{\Delta t}{t}, \tag{42}$$

где $\omega_i(\Delta t^i)$, $K_{\Delta t}$ — удельные составляющие ССП.

В инженерной практике $m \leq 2$, т. е. $i$ принимает значение 0, 1, 2; наиболее часто выбирают $i = 1$.

Временные зависимости $\omega_{\text{др}}$ более сложные, и их определяют экспериментальным путем. В одном запуске часто $\omega_{\text{др}}$ в среднем изменяется по экспоненциональному закону (рис. 32, *а*), реже по линейной зависимости и др. Время переходного процесса может быть значительным — до нескольких часов в зависимости от типа конструкции гироскопа. Всегда имеется разброс $\Delta\omega$ среднего значения $\omega_{\text{др}}$ от запуска к запуску прибора (рис. 32, *б*), что затрудняет алгоритмическую компенсацию погрешностей гироскопа.